

# Medida de la robustez de redes de polinización a partir del k-shell.

Juan Manuel Pastor\* and Javier Galeano<sup>+</sup>  
Depto. Ciencia y Tecnología Aplicada a la I.T. Agrícola  
y Grupo de Sistemas Complejos  
Universidad Politécnica de Madrid  
28040 Madrid

En las redes ecológicas es importante conocer el papel que juega cada especie en el conjunto, especialmente en el contexto de cambios exógenos (fundamentalmente andrógenos) en los ecosistemas.

La desaparición de las interacciones planta-polinización supone una amenaza tanto para las especies de plantas como para la comunidad en general. Este problema es potencialmente muy importante en algunos ecosistemas de condiciones más específicas, como los de alta montaña, donde las interacciones planta-polinizador juegan un papel clave<sup>1</sup>.

Los estudios ecológicos clásicos sobre robustez exploran la tolerancia de las redes a la eliminación de sus nodos<sup>2</sup>. La secuencia de extinción de nodos se hace de manera aleatoria y de manera sistemática, siguiendo orden creciente y decreciente de grado. Los resultados aparecidos hasta el momento únicamente se limitan a representar la tasa de supervivencia en función del porcentaje de extinciones primarias producidas. Hasta ahora, los únicos parámetros utilizados para caracterizar la *robustez* de la red son el valor  $R_{50}$ , que indica cuándo se ha producido un 50% de las extinciones secundarias, y el valor de la integral de la curva de supervivencia (conocido como  $R$ ).

Para redes pequeñas, como las ecológicas, la caracterización de los procesos de ataques y errores no puede hacerse en función del tamaño y número de clusters. Sin embargo, podemos analizar la curva de extinción para determinar cuándo y cómo se desintegra la red. Como primer paso, cambiamos la representación mostrando las extinciones secundarias frente a las primarias. Al tratarse de redes muy anidadas, con bastante redundancia entre *generalistas* (especies con gran número de enlaces), tanto los errores como los ataques dan lugar a extinciones secundarias puntuales hasta que se produce la cascada final de extinciones. Como aproximación a una secuencia de extinción en cascada podemos ajustar las curvas de extinción secundaria a una función de la forma:

$$f(x) \sim \left( \frac{x - x_0}{1 - x_0} \right)^\alpha, \quad (1)$$

de modo que sea la unidad cuando se ha producido el 100% de las extinciones primarias y consideramos despreciable las extinciones secundarias hasta un determinado momento ( $x_0$ ) en el que comienza a producirse la

cascada de extinciones. En la figura se observa una representación de la secuencia de extinciones para una red real de polinizadores<sup>3</sup>. Haciendo un ajuste con esta función podemos obtener los parámetros  $x_0$  y el exponente  $\alpha$  de la curva, para caracterizar la secuencia de extinciones secundarias.

Otra forma empírica de encontrar este valor de inicio de la cascada de extinción ( $x_0$ ) es a partir del *k-shell*. Para este tipo de redes el inicio de la cascada ocurre cuando se elimina el *núcleo*, es decir, el *k-shell* máximo. Además, podemos usar como criterio para la secuenciación en las extinciones primarias el grado de k-shell, tanto en orden creciente como decreciente de conexión.

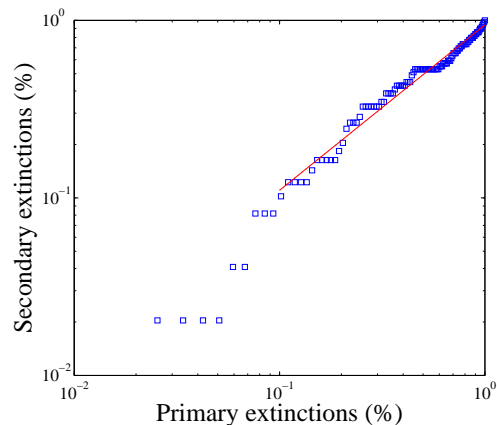


FIG. 1. Secuencia de extinciones secundarias para una red real de polinizadores. El ajuste por mínimos cuadrados nos da el exponente característico de la curva de extinción.

\* juanmanuel.pastor@upm.es

+ javier.galeano@upm.es

<sup>1</sup> R. May, *Stability and Complexity in Model Ecosystems*, Princeton Univ. Press., 2001.

<sup>2</sup> J. Memmott, N. M. Waser and M.V. Price, *P.N.A.S.* **271** 2004.

<sup>3</sup> R.B. Primack, *New Zeal. J.Bot.* **21** 1983.