

# Prevalencia de la generosidad en reciprocidad directa

Luis A. Martínez-Vaquero\*, José A. Cuesta, Angel Sánchez  
*Grupo Interdisciplinar de Sistemas Complejos (GISC)*  
*Departamento de Matemáticas, Universidad Carlos III de Madrid*  
*Avda. de la Universidad 30, 28911 Leganés, Madrid*

La reciprocidad directa es uno de los mecanismos que más a menudo promueve la cooperación en sistemas sociales y biológicos<sup>1,2</sup>. En Teoría de Juegos la reciprocidad directa se modela a través de juegos repetidos. En ellos, los jugadores interactúan un número indefinido de veces basando sus decisiones en sus actuaciones previas. En este trabajo abordamos un estudio evolutivo de la reciprocidad directa como se manifiesta a través de juegos repetidos.

Como en la mayoría de los trabajos, nuestro estudio<sup>3</sup> considera juegos de dos jugadores, cada uno de los cuales pueden optar entre dos opciones diferentes: colaborar o defraudar (los denominados “juegos simétricos  $2 \times 2$ ”). Los pagos que recibe cada jugador en cada ronda dependerán de si ambos colaboran, ambos defraudan o uno colabora y el otro defrauda, existiendo así cuatro posibles valores. Dos de ellos se pueden fijar sin pérdida de generalidad, por lo que los juegos vendrán parametrizados por los otros dos.

Para tomar su decisión consideraremos únicamente estrategias que vienen caracterizadas por cuatro probabilidades, definidas como las probabilidades de colaborar en función de las cuatro posibles combinaciones de acciones de la ronda anterior. Estudios previos<sup>4</sup> muestran que las más importantes son las estrategias *casi puras*, es decir, aquellas cuyas probabilidades toman los valores  $\epsilon$  o  $1 - \epsilon$ , en el límite en el que  $\epsilon \rightarrow 0^+$ . De esta manera tenemos un total de 16 diferentes estrategias. Es posible calcular el pago en el estado estacionario que recibe cada una de estas estrategias al enfrentarse a otra cualquiera de ellas, describiendo el proceso iterado como una cadena de Markov.

Para estudiar la estabilidad de estas estrategias se ha procedido a invadir cada una de ellas con todas las restantes, para lo cual se han reemplazado 10 individuos (mutantes) de los 1000 que formaban la población residente. La dinámica procede eligiendo dos jugadores al azar y enfrentando sus estrategias, de tal forma que la probabilidad de que uno de los jugadores adopte la estrategia del otro es proporcional a la diferencia de pagos que ambos reciben. Este proceso es repetido hasta que la población llega a un equilibrio estable, a saber, la preva-

lencia de la estrategia residente, de la mutante o a un equilibrio mixto de ambas. Los equilibrios mixtos que nacen de este proceso son también invadidos de la misma forma por las estrategias puras. Ya que estos procesos son estocásticos, para cada invasión se han llevado a cabo 100 realizaciones diferentes.

Los resultados de estas invasiones pueden representarse utilizando grafos dirigidos y pesados, cuyos vértices son los distintos equilibrios obtenidos y cuyos enlaces unen la comunidad invadida con la comunidad resultante tras la invasión, llevando como peso la probabilidad de que tal transición ocurra y como etiqueta la estrategia invasora que causa dicha transición. Analizando los grafos resultantes como cadenas de Markov se pueden identificar conjuntos recurrentes que indican qué estrategias acaban dominando en el proceso.

Los resultados obtenidos muestran que, para un amplio espectro de juegos, las estrategias denominadas *win-stay, lose-shift* son dominantes. Los jugadores que siguen estas estrategias repiten la misma acción que llevaron a cabo en la ronda anterior si el pago que obtuvieron tras dicha ronda es mayor que un determinado nivel de aspiración y cambian de acción si es inferior. Así, existen estrategias *win-stay, lose-shift* modestas, equilibradas y ambiciosas, definidas por el nivel de aspiración. Se ha comprobado que las ambiciosas nunca son evolutivamente estables. Por otro lado, también se ha observado la importancia de incluir los equilibrios mixtos surgidos de los procesos de invasiones. Estos equilibrios dominan algunos de los juegos y tienen influencia en otros muchos.

---

\* luisalberto.martinez@uc3m.es

<sup>1</sup> R. Axelroad, *The Evolution of Cooperation* (Basic Books, New York, 1984).

<sup>2</sup> M. Nowak, *Five rules for the evolution of cooperation*, *Science* **314**, 1560–1563 (2006).

<sup>3</sup> L.A. Martínez-Vaquero, J.A. Cuesta, A. Sanchez, *Generosity Pays in the Presence of Direct Reciprocity: A Comprehensive Study of  $2 \times 2$  Repeated Games*, *PLoS ONE* **7**, e35135 (2012)

<sup>4</sup> M. Nowak, *Evolutionary Dynamics* (The Belknap Press of Harvard University Press, Cambridge, 2006).