

Análisis topológico de depósitos granulares usando homología persistente

Sergio Ardanza-Trevijano, Iker Zuriguel*, Diego Maza

Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad de Navarra, 31080 Pamplona, Spain.

Roberto Arévalo

CNR-SPIN, Dipartimento di Scienze Fisiche, Università di Napoli Federico II, I-80126, Napoli, Italy

Cuando una capa granular se somete a una sucesión de golpes verticales, la fracción de empaquetamiento (ϕ) alcanza un estado estacionario en el cual los valores de este parámetro oscilan entorno a una media bien definida (ϕ_S). El valor de ϕ_S depende de la intensidad de la perturbación (Γ). Aunque en principio se creía que esta dependencia era monótona decreciente (a mayor excitación, menor compactación), en los últimos años se ha descubierto que para excitaciones muy elevadas se invierte esta tendencia¹. Una de las implicaciones más importantes de este resultado es que con Γ muy diferentes se pueden alcanzar estados con el mismo empaquetamiento. En este mismo trabajo también se demostró que estos estados se diferencian en el tensor de esfuerzos.

En un trabajo posterior basado en simulaciones numéricas, se identificó (para cada depósito) cada uno de los contactos entre las partículas que lo conformaban². A partir de estos datos se construyó la red de contactos que permitió identificar algunas diferencias topológicas entre estados con el mismo ϕ pero diferente tensor de esfuerzos. En concreto, se evidenció que los polígonos de la red, y en especial los de tercer orden (triángulos), son especialmente sensibles a las diferencias en los depósitos. Sin embargo, una limitación importante de este trabajo es que, para una correcta definición de estos polígonos, se requiere conocer con total exactitud la existencia de todos y cada uno de los contactos entre las partículas. Desde un punto de vista experimental esta tarea es, a día de hoy, inaccesible.

En los últimos años, el uso de la homología persistente está experimentando un gran auge como técnica de caracterización de redes complejas. En particular, Kondic y colaboradores la han implementado por primera vez para el caso de los medios granulares^{3,4}. En este trabajo presentamos un estudio donde usamos homología persistente para tratar de distinguir estados con igual ϕ a partir, únicamente, de la posición de las partículas. En concreto se construyen complejos de Vietoris-Rips de depósitos generados tanto experimental como numéricamente. En primer lugar se usan los resultados numéricos donde se calcula el primer número de Betti del grafo resultante tras añadir diferentes niveles de ruido en la posición de las partículas y usando un rango de parámetros de filtrado δ (Fig. 1). Entre dos partículas (nodos) existe conexión cuando la distancia entre sus centros es menor que el valor de δ . Se observa que, incluso en los sistemas donde el nivel de ruido es importante, una elección apropiada

del parámetro δ permite distinguir estados con el mismo ϕ .

Tras este resultado numérico, se procede al mismo análisis para los datos experimentales donde el nivel de ruido en la posición de las partículas se conoce solo aproximadamente. Los resultados obtenidos muestran que: 1) Mediante el uso de la homología persistente se puede diferenciar entre estados distintos pero con igual ϕ . 2) Los resultados experimentales muestran el mismo comportamiento cualitativo que los numéricos para un nivel de ruido de estos últimos de alrededor del 1%.

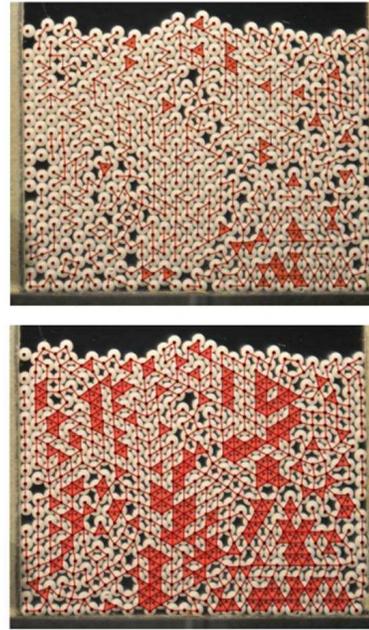


FIG. 1. Ejemplo de las redes obtenidas a partir de las posiciones de las partículas al usar $\delta = d$ (arriba) y $\delta = 1.01$ (abajo).

* iker@unav.es

¹ L. A. Pugnaloni et al. Phys. Rev. E **82** 050301R (2010).

² R. Arévalo et al. Phys. Rev. E **87**, 022203 (2013).

³ L. Kondic et al., Europhys. Lett. **97**, 54001 (2012).

⁴ L. Kondic et al., Phys. Rev. E. **85**, 011305 (2012).