Sincronización y predicción por conjuntos con un modelo atmosférico de juguete

Rafael Gallego*, Diego Pazó† y Juan M. López†
Departamento de Matemáticas
Universidad de Oviedo 33203-Gijón

La predicción por conjuntos[1] (*'ensemble forecasting'*) es una técnica de uso habitual y operativo en la predicción de la atmósfera (y otros fluidos geofísicos como el océano). En esta técnica, en vez de usar una realización del modelo para predecir, se integran varias copias del modelo con distintas condiciones iniciales con la ventaja de que la media del conjunto es un buen predictor. Existen varias técnicas para generar los miembros del conjunto. En esta comunicación proponemos un acoplo como los usados en sincronización como método para generar los miembros del conjunto. Este procedimiento está inspirado por el 'nudging'[1], una técnica clásica de 'asimilación de datos'. En esta técnica un modelo (imperfecto) es acoplado con la realidad mediante las observaciones, es decir en una configuración llamada maestro-esclavo (o emisor-receptor). Con objeto de generar un *ensemble* acoplamos varias copias del modelo con la realidad. Las perturbaciones resultantes son usadas para realizar predicción por conjuntos.

En esta comunicación nos centramos en estudiar el efecto de tener un modelo que carece de grados de libertad rápidos presentes en la realidad (en analogía con la turbulencia de pequeña escala). Para la realidad tomamos el modelo de juguete de la atmósfera con *dos* capas propuesto por Lorenz[2] en 1996. El sistema consta de K variables lentas X_i cada una de ellas acoplada a J variables rápidas $Y_{j,i}$. Los dos grupos de variables X e Y forman sendos anillos y satisfacen las siguientes ecuaciones:

$$\frac{dX_i}{dt} = X_{i-1}(X_{i+1} - X_{i-2}) - X_i + F - \frac{hc}{b}\sum_{j=1}^{J} Y_{j,i},$$
$$\frac{dY_{j,i}}{dt} = cbY_{j+1,i}(Y_{j-1,i} - Y_{j+2,i}) - cY_{j,i} + \frac{hc}{b}X_i,$$

donde $i = 1, \ldots, K$, $j = 1, \ldots, J$. El parámetro h es la constante de acoplamiento entre las variables rápidas y las lentas, b y c son constantes de escala y F simula un forzamiento (solar) constante. Los parámetros se eligen de tal forma que el sistema se encuentre en un régimen de caos espacio-temporal.

Como modelo (imperfecto) consideramos un sistema de Lorenz '96 de *una* escala acoplado a la realidad

$$\frac{dZ_i}{dt} = Z_{i-1}(Z_{i+1} - Z_{i-2}) - Z_i + F_m + \kappa(X_i - Z_i),$$

en el que κ es la constante de acoplamiento entre modelo y realidad, y el forzamiento F_m es una constante que reproduce el forzamiento promedio efectivo:

$$F_m = F - \frac{hc}{b}\left\langle \sum_{j=1}^{J} Y_{j,i} \right\rangle_t ,$$

donde $\langle \cdot \rangle_t$ denota un promedio temporal.

La disimilitud entre la realidad y el modelo (para $h \neq 0$) hace que no se pueda alcanzar la sincronización perfecta ($X_i = Z_i$) para ningún valor de κ. A medida que κ aumenta X_i y Z_i convergen pero, a efectos de construir un *ensemble*, no es deseable tomar un κ demasiado grande por dos razones:

(i) La estructura espacial de los errores $\delta Z_i = Z_i - X_i$ deja de reflejar las direcciones más inestables del flujo.

(ii) Al usar un conjunto de modelos $\{Z_i^{(n)}\}_{n=1,\ldots,N}$ estos tienden a converger (como en la 'sincronización generalizada') y se pierde diversidad, lo que no es adecuado para inicializar una predicción por conjuntos.

Para determinar el acoplamiento óptimo κ_{op} medimos dos cantidades: (i) La correlación espacial W que informa la consistencia de las perturbaciones con las inestabilidades del flujo[3]; y (ii) La dimensión de ensemble D_{en} que informa del número de dimensiones efectivas que cubren los N miembros del conjunto. Finalmente comprobamos como un compromiso entre las optimizaciones de W^2 y D_{en} conduce a la mejora de la predicción considerando un conjunto se condiciones iniciales perturbadas según las direcciones definidas por los miembros del *ensemble*.

---

* rgallego@uniovi.es
† Instituto de Física de Cantabria (CSIC-UC), Santander.

[1] E. Kalnay, *Atmospheric Modeling, Data Assimilation and Predictability* (Cambridge University Press, Cambridge, 2003).
[2] E. N. Lorenz. Predictability, a problem partially solved. In *Proceedings of ECMWF seminar on Predictability*, pp. 1 – 19, (ECMWF, Reading, 1996).
[3] I. G. Szendro, M. A. Rodríguez y J. M. López. J. Geophys. Res. **114**, D20109 (2009).